

**Universidad de Pinar del Río
Hermanos Saiz Montes de Oca
Facultad Forestal y Agronomía**



Ave. José Martí, final . Ciudad Pinar del Río. Cuba Telef. (53) (82) 5813 Fax: (53) (82) 78125-5813

**Tesis presentada en opción al título académico de Master en Ciencias
forestales Mención Aprovechamiento Forestal**

**Título: Modelo de perfil del fuste y grosor de corteza para plantaciones de
Pinus caribaea Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en la EFI Macurije.**

**Autor: Nelson Alonso Loaces
Tutor. Dr.C Héctor Barrero Medel**

2011

Año 53 de la revolución

Dedicatoria

A mis padres, porque con paciencia supieron inculcarme el deseo de aprender.

Agradecimientos

Un agradecimiento especial a mi tutor Dr. Héctor Barrero Medel, por tanta entrega, ayuda, paciencia y dedicación.

A los profesores y la dirección de la Universidad de Pinar del Río, por su ayuda y preocupación con esta investigación.

A mi familia pues sin su apoyo no hubiera logrado realizar esta empresa.

En fin a todos aquellos que de una forma u otra colaboraron en la realización de la investigación, sinceramente, GRACIAS.

RESUMEN

En este trabajo se construyen modelos del perfil del fuste con y sin corteza y grosor de corteza del árbol individual para el *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en la Empresa Forestal Integral Macurije. Para la investigación se empleó la información obtenida de la ejecución de un muestreo aleatorio simple de 65 rodales de los cuales empleando la metodología de Barrero (2010) se talan 225 árboles al azar. Como resultado del análisis se obtuvieron que el raleo condiciona el ahusamiento existente para la especie en las condiciones de sitios de esta empresa, además que los modelos de mejor ajuste y comportamiento predictivo tanto en la fase de ajuste como de validación fueron las ecuaciones parabólicas cúbicas.

SUMMARY

In this paper we construct models of the profile of the shaft with and without bark and bark thickness of individual *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett and Golfari in Macurijes Integral Forestal. For research we used the information obtained from the execution of a simple random sample of 65 stands of which using the methodology Barrero (2010) are cut down 225 trees at random. As a result we obtained that the taper thinning existing conditions for the species in terms of sites of this company, in addition to models of best fit and predictive behavior both in the adjustment phase as validation were cubic parabolic equations.

	INDICE	Pág.
	INTRODUCCIÓN	
I	Revisión Bibliográfica	
1.1	Forma fustal	
1.2	Modelos de perfil del fuste	
1.3	Datos para la construcción de modelos de perfil	
1.3.1	Variables dependientes	
1.3.2	Variables independientes	
1.4	Modelos de árbol individual	
1.5	Modelos de grosor de corteza	
II	MATERIALES Y MÉTODOS	
2.1	Caracterización del Área de estudio	
2.2	Operaciones con los árboles muestras	
III	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	
3.1	Ecuación del perfil para el diámetro con corteza (dcc)	
3.2	Ecuación del perfil para el diámetro sin corteza (dsc)	
3.4	Ecuación para el Grosor de Corteza (e)	
3.5	Comparación con otras ecuaciones publicadas	
	CONCLUSIONES	
	RECOMENDACIONES	
	ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

Uno de las estrategias del Industria Forestal en Cuba es la implementación de técnicas novedosas que eleven el rendimiento y calidad del la madera aserrada, para el logro de la eficacia del proceso de toma de decisiones en la planificación de la economía Forestal. La forma del árbol generalmente se toma como indicación del rendimiento potencial de madera de buena calidad (Gray ,1956).

Una de las herramientas que facilitan el cumplimiento de este objetivo son los modelos fustales los que permiten al usuario estimar tres características básicas de los árboles: diámetros en cualquier punto del fuste, altura del fuste en que se encuentra un diámetro límite especificado y el volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización. (Ormerod, 1973; Clutter, 1980; Biging, 1984; Kozak, 1988)

Las características mencionadas son parte fundamental de cualquier sistema flexible de procesamiento de datos para determinar existencias que consideren la evaluación de productos. Por otra parte, los modelos fustales tienen aplicación en los simuladores de crecimiento y rendimiento y en la simulación de trozado, cuando un usuario tiene interés en conocer el surtido de productos posible de obtener de la simulación de diferentes estrategias de manejo Prodan *et al.*, (1997). La forma del árbol generalmente se toma como indicación del rendimiento potencial de madera de buena calidad (Gray ,1956).

Esta descripción detallada de la forma del fuste permite analizar la influencia que distintos factores (espesura, longitud de copa, calidad de estación, etc.) y el efecto de distintas operaciones silvícolas (raleos, podas, fertilización, etc.) tiene sobre la producción.

Sterba, (1980) sugiere que el conocimiento de la influencia de estos factores posibilitará modificar la forma del árbol mediante la gestión forestal de acuerdo con los objetivos propuestos. Así, la realización de fuertes fertilizaciones aumenta el vigor, tiende a incrementar la copa y, por tanto, a modificar el perfil (Tepper *et al.*, 1968; Flinn, 1984; Gordon y Graham, 1986; Jokela *et al.*, 1989; Valinger 1992; BI y Turner, 1994).

En la Empresa Forestal Integral Macurije hoy el rendimiento de madera en bolo se encuentra según Álvarez (2010) al **56 %** incidido por la no

correspondencia entre la tecnología y las dimensiones de la madera en bolo resultado del manejo forestal implementado en la práctica productiva. Es por ello la necesidad de contar con una herramienta que permita diferencias las trozas por el ahusamiento y así obtener las dimensiones óptimas que contribuyan a mitigar este resultado.

Es por ello para dar cumplimiento a este fin que se trazó el siguiente diseño metodológico:

Problema de investigación: ¿Cómo simular el perfil del fuste que aumente el rendimiento de madera aserrada de *Pinus caribaea* var. *caribaea* Barret y Golfari?.

Hipotesis: La simulación del perfil del fuste de diámetro con y sin corteza *Pinus caribaea* var. *caribaea* Barret y Golfari generará un mayor aprovechamiento de las trozas en correspondencia con la tecnología de la EFI Macurije.

Objeto de investigación: el perfil del fuste con corteza, sin corteza y el grosor de corteza para *Pinus caribaea* Morelet var *caribaea* Barret y Golfari.

Objetivo general: Construir modelos del perfil del fuste y grosor de corteza para el *Pinus caribaea* var. *caribaea* Barret y Golfari en plantaciones.

Objetivos específicos:

- Determinar la incidencia de raleo sobre el ahusamiento para la especie.
- Construir modelos para la cubicación de madera con corteza y sin corteza.
- Validar con una muestra independiente los modelos obtenidos.

CAPÍTULO I REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

1.1 Forma fustal

Entre los factores y teorías que pueden explicar la forma del árbol se encuentran: teoría nutricional (equilibrio entre transpiración y asimilación), teoría mecánica (respuesta a las fuerzas tanto interiores como exteriores), teoría hidráulica (equilibrio entre el agua de las raíces y la copa) y teoría hormonal (producción de auxinas en la copa y su distribución) (Ares, 1998).

El fuste de un árbol es un sólido geométrico complejo, difícil de representar perfectamente con una expresión matemática, pero pueden realizarse ciertas simplificaciones y describirlo como una combinación de sólidos geométricos simples, por lo tanto pueden esperarse algunos errores al emplearse fórmulas basadas en estos sencillos modelos. Estos errores pueden mantenerse dentro de límites aceptables realizando mediciones a intervalos cortos, de manera que el diámetro en punta fina de la sección no sea menor al 80 % del diámetro en punta gruesa. Para muchos árboles modelar el fuste como una serie de paraboloides truncados es bastante preciso (Brickell, 1984).

Es ampliamente reconocido que la parte superior del árbol se asemeja más a un cono que a un paraboloide, por lo tanto la práctica usual ha sido modelar la porción superior del fuste como un cono y el resto como una serie de paraboloides truncados (Cailliez, 1980; Brickell, 1984 ; Burkhart y Gregorie, 1994).

Un árbol joven que aun han alcanzado una densidad de competencia o árboles que crecen aisladamente, se asemeja al cono o al neiloide. Los árboles que se desarrollan en competencia tienen una forma paraboidal. En general, la forma fustal media con un mismo factor de forma no disminuye tan rápido como un paraboidal apolónico. Estas comprobaciones son importantes para verificar la aplicabilidad de las fórmulas de cubicación (Prodan *et al.*, 1997).

1.2 Modelos del perfil del fuste.

En las dos últimas décadas se observa un interés creciente entre los distintos centros de investigación por abordar el análisis daseo-dendrométrico de una masa forestal mediante el uso de modelos del perfil del árbol. Este auge de las técnicas de modelización en el ámbito forestal surge de la necesidad de reducir las unidades muestrales (árboles) pero sin que esto traiga consigo una

pérdida en la precisión obtenida. Además estas técnicas permiten la reconstrucción por ordenador de los árboles para su posterior análisis (clasificación de los productos obtenidos tras un despiece, evolución de su crecimiento, simulación de distintos tratamientos silvícolas).

(Calliez, 1980; Prodan *et al.*, 1997; Bi, 2000; Fassola *et al.*, 2006; Fernández y Rodríguez, 2010) coinciden en que los modelos fustales o de perfil son funciones que describen tanto la forma geométrica del árbol (cilindro, cono, parábola, neiloide) como la tasa de decrecimiento o ahusamiento del diámetro a medida que se incrementa la altura, representan la variación diamétrica a lo largo del fuste como función del diámetro, a la altura a 1.30 m ($d_{1,30}$) y la altura total (Ht) permiten estimar tres características básicas de los árboles:

1. Diámetros en cualquier parte del fuste
2. Altura del fuste en la que se encuentra un diámetro límite especificado
3. Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización

Las características mencionadas son parte fundamental de cualquier sistema flexible de procesamiento de datos para determinar existencias que consideren la evaluación de productos; por otra parte, los modelos fustales tienen aplicación en los simuladores de crecimiento y rendimiento y en la simulación de trozado, cuando un usuario tiene interés en conocer el surtido de productos posible de obtener de la simulación de diferentes estrategias de manejo (Prodan *et al.*, 1997).

El fuste de un árbol es un sólido geométrico complejo, difícil de representar perfectamente con una expresión matemática, pero pueden realizarse ciertas simplificaciones y describirlo como una combinación de sólidos geométricos simples, por lo tanto pueden esperarse algunos errores al emplearse fórmulas basadas en estos sencillos modelos. Estos errores pueden mantenerse dentro de límites aceptables si se realizan mediciones a intervalos cortos, de manera que el diámetro en la punta fina de la sección no sea menor al 80 % del diámetro en la punta gruesa. Para muchos árboles, modelar el fuste como una serie de paraboloides truncados es bastante precisa (Brickell, 1984 citado por Letourneau y Andenmatten, 2000).

Desde el siglo XIX se han estudiado métodos para expresar la forma del fuste de las especies arbóreas como función del diámetro y la altura. Con el

desarrollo de las herramientas computacionales, se pasó de métodos gráficos a analíticos; se desarrollaron en los últimos años numerosos modelos dentro de lo que se encuentran:

- Modelos generales del árbol completo
- Modelos generales segmentados
- Modelos compatibles generales y segmentados
- Modelos de forma o exponente variable
- Modelos de árbol individual

Diversos han sido los enfoques empleados para la obtención de estos modelos, pudiendo encontrar en la literatura entre los llamados generales del árbol completo, los elaborados por Friedl *et al.*, (1992) para *Araucaria angustifolia* y el desarrollado por Allen (1992) para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*; entre los generales segmentados el desarrollado para *Pinus taeda* por Costas *et al.*, (2003); del tipo compatibles generales se encuentran el de Amateis-Burkhart (1987) en *Pinus taeda*; en *Pinus elliottii* por Crechi *et al.*, (1997, 1998); en *Pinus caribaea* var. *caribaea* por Ferrere *et al.*, (2001); en *Grevillea robusta* Crechi *et al.*, (2004) y en híbridos obtenidos de *Pinus elliottii* y *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Costas *et al.*, (2006).

Existen funciones de perfil ajustadas a varias especies de coníferas a nivel internacional entre los cuales se encuentran los elaborados por Laasasenaho (1982) en *Pinus sylvestris*, *Picea abies* y *Betula pendula* en Finlandia; los modelos obtenidos por Torres *et al.*, (1993) para ocho especies de pinus en el estado de México; Zepeda (1993) para *Pinus patula* en Perote, Veracruz, México; Rentería *et al.*, (1995) en *Pinus cooperi* para el estado de Durango, México; Návar *et al.*, (1997) para *Pinus hartwegii* en el Noreste de México; Zepeda y Domínguez (1997), para las especies de *Pinus arizonica*, *Pinus durangensis* y *Pinus engelmannii* en la Sierra Madre Occidental del estado de Chihuahua; el trabajo de Meredieu (1998) en *Pinus nigra*; Corral, Návar y Fernández (1999) con *Pinus cooperi*, *Pinus durangensis*, *Pinus engelmannii*, *Pinus leiophylla* y *Pinus herrerae*.

A nivel nacional se han obtenido modelos de perfil del fuste del tipo general del árbol completo en especies monopódicas como son *Pinus cubensis* Morelet y *Pinus tropicalis* Morelet por García y Vidal (1988), donde obtuvieron como el

modelo de mejor ajuste un polinomio de cuarto grado, a partir del cual se obtienen las fórmulas de volumen.

También para esta última especie, en plantaciones de la provincia de Pinar del Río, Padilla (1999) encontró el mejor ajuste con un polinomio de tercer grado tanto para el diámetro con corteza (dcc) como sin esta (dsc), se tuvo como variable dependiente: el diámetro del árbol en las respectivas trozas de a metro (dcc y dsc) sobre el diámetro a 1,30 metro ($d_{cc}/d_{1.30}$ y $d_{sc}/d_{1.30}$) y como variable independiente la altura correspondiente a cada diámetro mínimo prefijado según el surtido (h_i) sobre la altura total (h_t), (h_i/h_t) con su respectiva ecuación de volumen.

Ares (1999) para bosques naturales de *Pinus tropicalis* Morelet de la EFI La Palma, obtuvo un polinomio de segundo grado y tuvo como variable dependiente el diámetro medido a una altura ($d_i h$) sobre la altura total (H_t), como independiente la altura, medida a cada metro desde 0,5 m del suelo hasta la altura en que se encuentra la mitad de la última troza (h) sobre la altura total (H_t), también con su respectiva ecuación de volumen. Este autor obtuvo en el mismo trabajo un modelo para *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari, determinó como la ecuación de mejor ajuste un polinomio de primer grado y utilizó como variable dependiente e independiente las mismas que para el *Pinus tropicalis* Morelet con su respectiva ecuación de volumen.

También para esta especie García *et al.*, (2006) determinaron dos modelos para el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza; obtuvieron como la ecuación de mejor ajuste un polinomio de tercer grado y utilizaron como variable dependiente el diámetro relativo en cualquier punto de la troza con respecto a su menor diámetro (d_i/D), y como variable independiente el largo relativo en cualquier punto de la troza con respecto al largo total de la troza (l_i/L).

Para especies simpódicas se encuentran los modelos elaborados por Peñalver (1991) para *Eucalyptus sp*, quien estableció como mejor modelo un polinomio de tercer grado, asumiendo como variable dependiente el diámetro con corteza medido a la altura h desde el nivel del suelo sobre la altura total (d/H) y como variable independiente la altura medida cada un metro desde el suelo sobre la altura total (h/H) con su respectiva ecuación de volumen; el modelo obtenido

para *Hibiscus elatus* por Zaldívar (2000), teniendo como la ecuación de mejor ajuste un polinomio de primer grado, y como variable dependiente el diámetro a una altura h sobre el diámetro normal ($d_i/d_{1.30}$) e independiente la altura correspondiente a las diferentes mediciones del diámetro (d_i) sobre la altura total (h_i/h_t).

Respecto a esto, la modelación del perfil del fuste para las especies de crecimiento simpódico en las condiciones de Cuba, debieron tener en cuenta modelos del tipo general segmentados o del árbol individual, y no analizar solamente, los modelos generales del árbol completo para una mayor confianza estadística.

Por otra parte la modelación ha sido a partir de polinomios simples; según García (1995) tener en cuenta solamente este tipo de ecuaciones, tiene el inconveniente de implicar una “forma” que no varía con el tamaño del árbol.

1.3 Datos para la construcción de modelos de perfil

Para la construcción de modelos de perfil de fuste se requiere de una estructura de datos longitudinal, o lo que es lo mismo, múltiples medidas sobre cada individuo (Lindstrom y Bates, 1990) donde la variabilidad entre las medidas de cada árbol es menor que entre diferentes árboles, por lo que deja de cumplirse un supuesto básico para realizar estimaciones en los modelos de regresión; la independencia. En el análisis de este tipo de datos, distintas estructuras de error han sido habitualmente ignoradas en parte debido a que los parámetros y las predicciones estimadas permanecen insesgadas en presencia de autocorrelación (Kosak, 1997). Por otra parte, los parámetros estimados, en presencia de autocorrelación, no son los de mínima varianza (Neter *et al.*, 1998) ya que el error cuadrático medio del modelo subestima la varianza del término de error, invalidando así los contrastes de significación (Meter *et al.*, 1998; Rawlings *et al.*, 1998).

Han sido propuestas dos metodologías para el análisis de datos longitudinales. La primera de ellas consiste en incluir efectos aleatorios al modelo (Gregoire *et al.*, 1995) donde se ajusta el modelo teniendo en cuenta cada árbol, por lo que los parámetros estimados cambian para cada uno de los árboles y así se reduce el impacto de la autocorrelación (Biging, 1985; Gregoire *et al.*, 1995; Tassisa y Burkhart, 1998; Garber y Maguire, 2003). La segunda metodología consiste en asumir una estructura particular del error (Monserud, 1986; Tassisa

y Burkhart, 1998; Garber y Maguire, 2003; Rodríguez y Molina, 2003) donde es habitual expresar esta autocorrelación entre los errores como un modelo estacionario autoregresivo AR(p) de orden p.

1.3.1 Variable dependiente

La variable dependiente de una función de ahusamiento es el diámetro a una altura dada (d_i). Si el interés del modelo estuviera centrado únicamente en la estimación de diámetros, la minimización de la suma de cuadrados con respecto a esta variable proporcionaría buenas estimaciones; sin embargo, consideraciones estadísticas u otros usos del modelo justifican en muchos casos utilizar transformaciones. Se ha demostrado en múltiples investigaciones (Bruce et al., 1968; Kosak et al., 1969, Real y Moore 1987) que transformaciones de tipo d_i/d homogenizan la varianza en prácticamente todo el rango de alturas en el fuste h_i , con excepción de la porción basal entre tocon y diámetro de referencia. Por otra parte, el uso de los modelos en estimación del volumen ha llegado a utilizar la transformación propuesta al cuadrado d_i^2/d^2 , ya que al minimizar la suma de cuadrados del diámetro, por su alta correlación con el volumen, proporcionaría mejores estimaciones volumétricas (Bruce et al., 1968; Real y Moore, 1987). Este supuesto ha sido en alguna medida contradicho por Carrasco, (1986), quien realizó ajustes en latifolias del bosque Chileno, encontrando que la transformación no cuadrática proporcionaba mejores estimaciones volumétricas que la lineal (Prodan *et al.*, 1997).

1.3.2 Variables independientes

La variable independiente es la altura a la que se encuentra un cierto diámetro en el fuste h_i . Consideraciones prácticas para obtener una unidad de la altura comparable en árboles de dimensiones distintas, hacen recomendable utilizar una expresión de altura relativa de la norma h_i/h . Una propiedad deseable en las ecuaciones de ahusamiento que se ajustan a especies de fuste escurrientes es que estimen un diámetro cero cuando la altura en el fuste h_i se iguala a h . Esto se ha logrado condicionando la ecuación mediante procedimientos matemáticos (Kosak *et al.*, 1969), o por nuevas transformaciones de las variables independientes para facilitar el ajuste sin intercepto. Para lograr este objetivo, Max y Burkhart, (1976) utilizan una transformación del tipo $h_i/h-1$ que pone el origen de la ecuación en la altura total y diámetro cero del árbol.

Una segunda propiedad deseable es que el modelo estime el diámetro de referencia cuando la altura en el fuste es la altura en el fuste es la medición del diámetro (1.30); Bruce *et al.*, (1968) utilizaron la transformación $(h-h_i)/(h_i-1.30)$; esta forma de variable dependiente permite el condicionamiento del modelo sin intercepto para estimar el d cuando h_i es 1.30, bajo la condición de ajustar el diámetro con o sin corteza en forma exclusiva. La utilización de d como diámetro con corteza y d_i sin corteza implica la estimación de un parámetro que se puede interpretar como el factor de corteza, razón entre d_u/d (Prodan *et al.*, 1997).

Modelos generales de árbol completo.

La forma más común de describir los cambios diamétricos que se presentan desde la base hasta el fin del fuste contempla el empleo de una única función.

Como ejemplos de esta forma de ajuste pueden nombrarse los modelos propuestos Bruce *et al.*, (1968), Kosak *et al.*, (1969), Ferreira, (1993).

Como ventajas de modelar todo el fuste a través de una expresión única está referida a que los modelos resultantes por este método son fáciles de ajustar y usar, permiten integrar y por tanto ser transformados en ecuaciones de volumen así como en algunos casos reordenarse para el cálculo de alturas comerciales como todo método la desventaja se encuentra en los sesgos de la estimación de los diámetros principalmente en la base y la parte superior del tronco (Kozak, 1988).

1.5 Modelos de grosor de corteza.

Los modelos de grosor de corteza son funciones matemáticas normalmente del tipo alométrico que relacionan el diámetro con corteza y diámetro sin corteza (Rodríguez y Broto, 2003).

Las mayores aplicaciones de estas relaciones se encuentran sin duda en la conversión del volumen con corteza a volumen sin corteza (García, 1995). El volumen de corteza representa en promedio entre un 10 y un 20 % del volumen del árbol.

La corteza tiene una importante participación en el volumen fustal. Corvalán y Hernández (2010) plantearon que para el pino insigna a distintas edades la corteza aportaba, en promedio, un 10,2 % del volumen total del fuste.

Gran proporción del volumen de corteza se concentra bajo el 15 % de la altura total del árbol, debido al engrosamiento cerca del tocón (Gordon y Gragam,

1986). Sobre el 50 % de la altura la relación diámetro sin corteza-grosor de corteza decrece, debido a que el espesor de corteza se mantiene relativamente constante y los diámetros fustales van disminuyendo.

Algunas veces el factor de corteza; cociente entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza, permanece constante desde la base al ápice del árbol; el espesor de corteza es entonces proporcional al dcc y por consiguiente al dsc pero puede suceder que desde el pie al tope este factor disminuya al principio, después permanezca constante y al final aumente (Calliez, 1980).

El espesor de corteza varía notablemente entre especies y muestra una relación cambiante con la edad y con la altura en el fuste. La experiencia ha demostrado, sin embargo, que esta relación no es suficiente en muchas especies (Prodan *et al.*, 1997).

Existen una variedad de modelos que predicen el espesor de corteza en función de alguna de las siguientes variables: diámetro a 1,30 m ($d_{1,30}$), altura en el fuste (h_i) y diámetro con corteza a esa altura (dcc). Entre los cuales se encuentran los propuestos por: (Fonton y Turret, 1986; Rondeux, 1993; Meredieu, 1998).

CAPITULO II. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Características generales del territorio de la EFI Macurije.

Aldana *et al.*, (2006) ubica la Empresa Forestal Integral (EFI) Macurije en la región más occidental de la provincia de Pinar del Río, esta abarca partes de los territorios de los municipios Guane y Mantua. Sus límites geográficos (figura 2.1) son los siguientes: al Norte (N) con el litoral costero desde la ensenada de Baja hasta la ensenada de Garnacha, al Noreste (NE) con el Municipio Minas de Matahambres específicamente con el Consejo Popular Santa Lucía (EFI Minas de Matahambres); al Este (E) con el municipio San Juan y Martínez (EFI Pinar del Río); al Sur (S) con el municipio Sandino (EFI Guanahacabibes) y al Sureste (SE) con el litoral del Golfo de México.

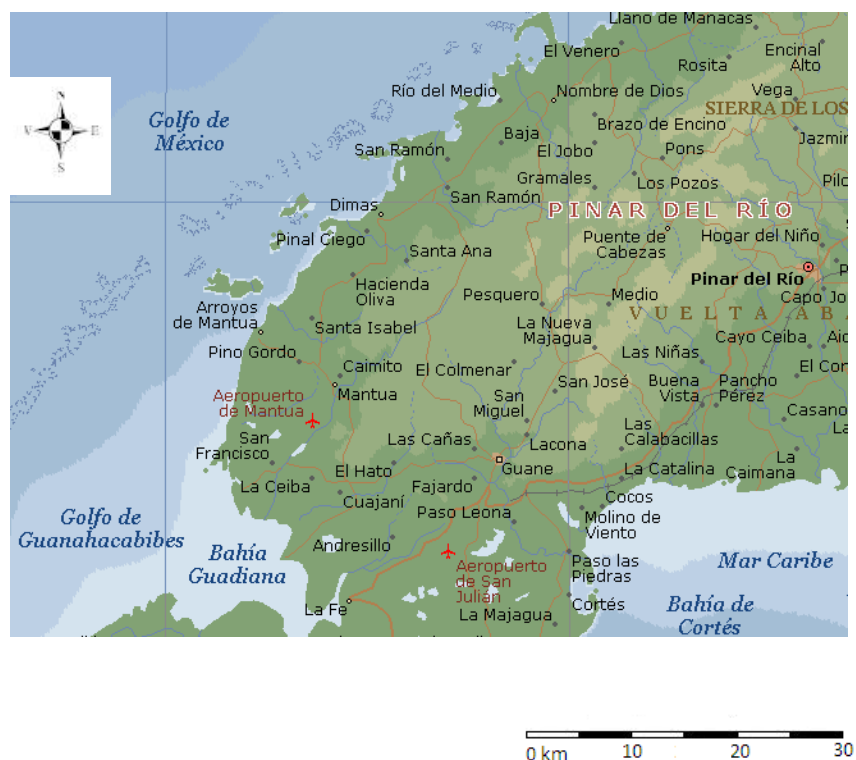


Figura 2.1 Ubicación geográfica de la EFI Macurije. Fuente: Encarta 2009.

La cantidad de lluvia reportada en el territorio de la EFI Macurije es de unos 1300 mm como promedio anual, el mes más seco es diciembre con 28 mm y el más lluvioso septiembre con 225 mm; en relación a las temperaturas, la media en el territorio es de 25,7 °C; el mes más frío es enero con 23,1°C y el más caliente es agosto con 28 °C .

La EFI Macurije presenta diferentes tipos de relieve; un análisis de estos indica una secuencia escalonada de elevaciones que concluyen en una llanura costera influenciada por ciénagas y arenales.

La existencia de estas zonas no puede considerarse como un hecho fortuito, ya que se debe a la acción continuada de los procesos erosivos. Una formación geológica considerada como de las más antiguas de Cuba, es la conocida como “Formación San Cayetano” y está constituida por rocas metamórficas fundamentalmente rocas esquistosas y pizarrosas.

Un caso aparte lo constituyen las formaciones mogóticas del área, las cuales, consideradas como relieve, constituyen una mancha abrupta de elevaciones de borde cortados a pico, yaciendo sobre rocas arenosas y arcillosas fuertemente dislocadas de los abanicos y coluvios de la cordillera.

Todo este complejo geomorfológico se explica a partir de la teoría sustentada por un grupo de geólogos que consideran que en Cuba se han producido numerosos mantos sobre escurrimientos gigantescos acompañados de numerosas fallas y que una zona típica de los mismos es Pinar del Río.

Los suelos existentes en esta área son:

- Suelos Alomados
- Suelos Latosólicos
- Suelos Arenosos

2.2 Metodología para la modelación del perfil del fuste y grosor de corteza.

Se empleó una muestra de 225 árboles donde los cuales fueron seleccionados de manera que abarcasen todos los diámetros a 1,30 m existentes en las plantaciones, fundamentalmente alejados del borde y con una relación altura-diámetro a 1,30 m que se corresponda lo más posible con la relación promedio obtenida para la especie por Ares (1999); Ferrere *et al.*, (2001), Barrero (2008; 2010).

Se confeccionó un registro, donde se detalló el lugar exacto de ubicación dentro de la plantación, datos sobre las operaciones de vivero, métodos de preparación del sitio, fecha de plantación, datos sobre las operaciones en la plantación, post-plantación y otras actividades silvícolas.

Los árboles seleccionados se marcaron con una franja estrecha de pintura a 0,30 m y 1,30 m de diámetro, ubicando el Norte con una franja de pintura perpendicular al DAP, a continuación se derribaron con una motosierra e inmediatamente les fueron medidos sus alturas totales.

Las mediciones partieron de 0,30 m hasta un diámetro inferior a 10 cm en el extremo superior de la altura total, los árboles fueron marcados y medidos cada 1 m, intervalo empleado por Barrero (2008; 2010), para la especie.

Cada sección se enumeró y se manipuló de tal forma que se evitara el desprendimiento de la corteza durante la transportación.

Obtenidas las muestras, se midió el diámetro con corteza (dcc) con una cinta diamétrica y se procedió al desprendimiento de la corteza para medir el diámetro sin corteza (dsc), datos con los que se calculó el grosor de corteza (e) mediante la siguiente ecuación:

$$e = \frac{dcc - dsc}{2} \quad [1]$$

Los datos obtenidos fueron procesados con el tabulador electrónico Excel, y su análisis estadístico con el procesador estadístico SPSS ver 15 para Windows. El modelo seleccionado para representar el perfil de fuste y grosor de corteza de la especie en este trabajo, fue del tipo general del árbol completo (Prodan *et al.*, 1997). Se evaluaron a partir de la bibliografía un total de 16 modelos, cuyas expresiones matemáticas se muestran en el (anexo 1).

Se emplearon como variables dependientes el diámetro con corteza (dcc), el diámetro sin corteza (dsc) y el grosor de corteza (e), así como transformaciones del tipo ponderada con variables tales como: diámetro a 1,30 ($d_{1,30}$) y altura total (ht).

Como variables independientes se utilizaron: la altura relativa a la que se encuentra un cierto diámetro en el fuste (h), la división de la altura relativa sobre la altura total $\left(\frac{hi}{ht}\right)$ con el objetivo de obtener una unidad de altura comparable en árboles de dimensiones distintas, esta división menos 1 con el propósito de estimar un diámetro 0 cuando $hi=ht$, la razón entre la diferencia de altura total y altura relativa a la que se encuentra un cierto diámetro en el fuste sobre la diferencia de altura total y la altura a 1,30 m $\left(\frac{ht-hi}{ht-1.30}\right)$ con el fin de

obtener un modelo que estime el diámetro de referencia cuando la altura en el fuste es la altura de medición del diámetro a (1,30 m).

Todas estas variables han sido empleadas por Max y Burkhardt (1976); Kosak (1988); Padilla (1999); Ares (1999) para diferentes tipos de coníferas con buenos resultados.

Los modelos se obtuvieron mediante el ajuste por regresión lineal y estimación curvilínea con el empleo del procesador estadístico SPSS v. 15.0 para Windows, para la comparación de los modelos se utilizaron los estadísticos de bondad de ajuste siguientes: coeficiente de determinación ajustado (R^2 adj), error estándar de la estimación (S_x) además de la significancia estadística de los coeficientes de regresión ajustados mediante la prueba t-student. Aquellos modelos que presentaron al menos un parámetro no significativamente distinto de cero fueron eliminados. Para comparar el error estándar de la estimación (comúnmente calculado en el análisis de regresión) de ecuaciones con distintas variables dependientes, se calculó el Índice de Furnival "IF" (Furnival, 1961). La interpretación del IF es de carácter inverso a los de la máxima verosimilitud, por lo tanto un valor grande indica ajuste pobre y viceversa (Furnival, 1961). El IF es determinado mediante la ecuación siguiente:

$$IF = s * \text{antilog} \frac{(\sum \log f'(y) - 1)}{n} \quad [2]$$

- Donde:
- s: desviación estándar del residual de la regresión ajustada
- $f'(y)^{-1}$: recíproco de la derivada de la transformación de la variable y, con respecto a la misma y.
- n: número de datos

Las capacidades predictivas se evaluaron en la totalidad de la muestra empleada para la validación de los modelos (validación independiente) mediante los estadísticos de exactitud y sesgo: raíz del error medio cuadrático (REMC) y la diferencia agregada (media de los residuales) DIFA respectivamente. Ambos estadísticos están expresados como una proporción de la media del grupo y son recomendados por su efectividad por Cao *et al.*, (1989); Max y Burkart (1985); Real (1993); Rodríguez y Molina (2003); Novo *et al.*, (2003); Barrio *et al.*, (2007); Gezan *et al.*, (2009). Para estos estadísticos, el mejor modelo corresponderá al que presente los valores más cercanos a cero,

ante dos valores iguales de error, el modelo que estime con un menor (REMC) puede considerarse superior.

Para el caso de la DIFA (%) si un modelo es insesgado, se espera que esta suma sea cercana a cero; sin embargo, si el modelo resulta sesgado, la suma de los residuales será diferente de cero. En este estadístico los signos negativos están asociados con sobrestimaciones, en tanto que los valores positivos indican subestimaciones.

Estos estadísticos son determinados mediante las siguientes expresiones:

$$RECM\% = \frac{100}{\bar{y}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \right]^{1/2} \quad [3]$$

$$DIFA\% = \frac{100}{\bar{y}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \right] \quad [4]$$

Donde: y_i y \hat{y}_i corresponden al valor observado y estimado de la medición i -ésima; \bar{y} es el promedio y n el total de observaciones.

La medida del error y sesgo para el caso específico de los modelos de perfil y grosor de corteza se deben aplicar a todos los árboles muestras, tanto para el total del fuste como para porciones de él, se divide el fuste en secciones de igual longitud, para comprobar las características y performance del modelo en las diversas porciones del fuste de donde provendrán los surtidos de productos posibles a obtener.

Para el análisis de las capacidades predictivas se establecieron clases de validación de la altura en por ciento hi (%) de una muestra independiente de 50 árboles tomados al azar.

CAPÍTULO III. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

3.1 Influencia del raleo sobre el ahusamiento.

Como resultado de la comparación de los árboles donde se efectuó el raleo se obtiene la tabla 1.

Tabla 1- Comparación de el efecto del raleo sobre el diámetro a diferentes altura de los árboles.

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	542,919	1	542,919	11,103	,001
Intra-grupos	39216,483	802	48,898		
Total	39759,402	803			

En esta tabla se percibe diferencias significativas $\alpha < 0.05$ entre árboles donde se efectuaron raleos con diferentes intensidades y frecuencias lo cual se corresponde con lo referido por Prodan *et al.*, (1997) que el raleo ejerce una fuerte influencia sobre el ahusamiento de las especies debido a que disminuye la densidad de los árboles liberando la carga sobre el sitio forestal favoreciendo a una mayor disponibilidad de condiciones favorables y potenciales para los árboles que quedan en el bosque, esto favorece cada una de las teorías que condicionan la forma fustal según Ares (1999) como son la teoría nutricional (equilibrio entre transpiración y asimilación), teoría mecánica (respuesta a las fuerzas tanto interiores como exteriores), teoría hidráulica (equilibrio entre el agua de las raíces y la copa) y teoría hormonal (producción de auxinas en la copa y su distribución).

Habría entonces que analizar como inciden las diferentes intensidades y frecuencias de raleo sobre el perfil lo que infiere que se condicionaría una nueva percepción de raleo en función de la obtención de trozas con mejores características y contribuir su mayor aprovechamiento en relación a la tecnología existente.

3.2 Ecuación del perfil del fuste y grosor de corteza.

La existencia de un modelo de perfil del fuste para *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en Cuba puede juzgar de innecesario la realización de

este trabajo, la cuestión es que el modelo con que hasta el momento se cuenta para la especie, para las condiciones de los bosques cubanos, fue realizado como un estudio de caso por Ares (1999) en bosques naturales de la EFI La Palma.

Como bien quedó explicado en el marco teórico de esta tesis, cada situación (bosque natural o plantación) en función de la densidad existente además de otros factores que para cada caso son diferentes condicionan la forma fustal en particular, el modelo establecido para los bosques naturales de la especie no garantiza un ajuste adecuado a la forma del fuste del árbol en plantación, ya que el mismo debido a las características propias de este tipo de formación, tiene un comportamiento lineal y no estima $d=0$ cuando la altura relativa se iguala a la altura total, propiedad deseable de cualquier función de perfil; así se trabajó en función de obtener un modelo con esta característica.

Se analizó la correlación entre las variables a modelar con las previstas como variables independientes, en este caso la altura total (ht), el diámetro a 1,30 ($dcc_{1,30}$) y el grosor de corteza 1,30 ($e_{1,30}$) obteniéndose la tabla 3.11.

Tabla 3.1- Matriz de correlación de las variables del perfil del fuste y grosor de corteza.

		h	dcc	dsc	e	ht	dcc1.30	e1.30
dcc	Correlación de Pearson	-,760**	1	,996**	,767**	,358**	,508**	,502**
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,000	,000	,000	,000
	N	4824	4824	4824	4824	4824	4824	4812
dsc	Correlación de Pearson	-,729**	,996**	1	,705**	,387**	,538**	,485**
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,000	,000	,000	,000
	N	4824	4824	4824	4824	4824	4824	4812
e	Correlación de Pearson	-,781**	,767**	,705**	1	,053**	,167**	,627**
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000		,000	,000	,000
	N	4824	4824	4824	4824	4824	4824	4812

** .La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

En esta tabla se evidencia las correlaciones altamente significativas $\alpha < 0,01$ de las variables analizadas, aceptándose la hipótesis nula de independencia lineal, incluso para valores de $R = 0,053$, influido por el tamaño de muestra ($N = 4824$) y la gran similitud entre individuos, se observa la fuerte correlación entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza con un valor de $R = 0,996$ y de ambas con el grosor de corteza, y la altura desde la base del árbol hasta el

punto donde alcanza el diámetro d, no siendo así con la altura total. Esto último se justifica por heterogeneidad de las alturas totales de los individuos en la población, de ahí la necesidad de tomar como variables dependientes las ponderaciones con el diámetro a 1,30 m y no con la altura total como se ha empleado para la especie; como variable independiente una ponderación de la altura desde la base del árbol hasta el punto donde alcanza el diámetro d con la altura total, para poder comparar árboles con diferentes alturas, restándole 1 a esta ponderación para lograr obtener un diámetro cero cuando la altura total se iguala a la h, este procedimiento ha sido empleado por Kosak (1969); Kosak *et al.*, (1969); Max y Burkhardt (1976) con efectividad.

De los 16 modelos analizados solo 5 mostraron un buen comportamiento en lo referente a los supuestos teóricos de la regresión lineal, los mismos presentaron una bondad de ajuste aceptable tabla 3.2.

Tabla 3.2- Bondad de ajuste y capacidades predictivas de lo modelos de mejor comportamiento.

Modelo	No	Bondad de ajuste				Capacidades predictivas	
		R	R ²	R ² corr	Sx	RECM	DIFA
$\frac{dcc}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2$	5	,971	,943	,942	,062	0,600	-0,302
$\frac{dcc}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2 + \left(\frac{h}{ht}\right)^3$	6	,979	,959	,959	,052	0,609	-0,563
$\frac{dcc}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht} - 1\right)^2$	7	,961	,923	,923	,072	0,266	-0,160
$\left(\frac{dcc}{dcc_{1,30}}\right)^2 = \beta_1 * \left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \beta_2 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1\right)$	8	,974	,949	,949	,073	0,182	-0,138
$\left(\frac{dcc}{dcc_{1,30}}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2$	9	,993	,986	,986	,078	0,526	-0,393

En la tabla 3.2 se constata que los coeficientes de determinación y de determinación corregido superiores 0,92, además de errores típicos de estimación por debajo de 0,078 muy en correspondencia con lo reportado por Ares (1999) para la especie, no siendo necesario además acudir al cálculo del Índice de Furnival porque los modelos obtenidos se encontraban en un mismo plano muestral.

La presencia de un modelo sin intercepto como el de Kosak (1969) requirió no establecer un juicio inmediato por el autor del mejor comportamiento de ajuste

debido a que estos estadísticos de bondad de ajuste le brindan a un modelo sin intercepto otra interpretación, por lo que no es hasta la siguiente etapa donde se ubicaron la totalidad de los modelos en un mismo plano de comparación que se determinó el modelo idóneo.

Del análisis de las capacidades predictivas resultó precisamente el modelo 8 de Kosak sin intercepto el de mejor predicción con un valor de RECM=0,182 y de exactitud y de DIFA=-0,138 más bajos.

Se obtuvo una exactitud global satisfactoria (no segregando por clases de validación) al igual que el análisis del sesgo, para la totalidad de los modelos. El resultado presentado garantiza una confiabilidad de la utilización del modelo que hasta el momento cumple con la mayor confianza estadística, en la siguiente etapa esto se confirma totalmente.

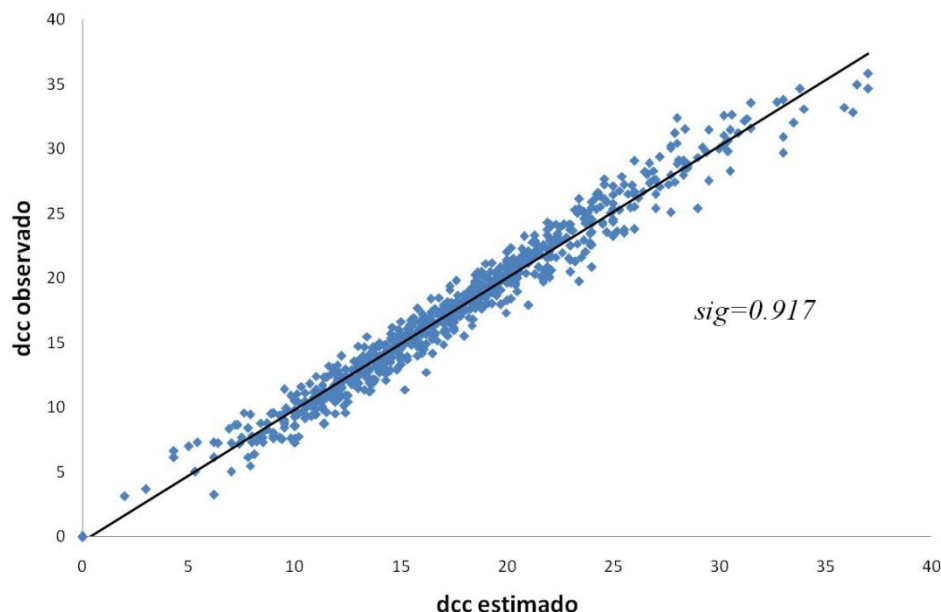


Figura 3.2- Grado de exactitud del modelo propuesto para la totalidad de la muestra analizada.

La (figura 3.7) demuestra el grado de adecuación del modelo propuesto, donde se obtuvo una fuerte correlación entre el diámetro estimado y el diámetro observado, ello unido al gráfico 3.3 donde se percibe la inexistencia de independencia de los residuos debido al componente no lineal ($dcc=0$ cuando $hi=ht$) el cual favorece que a medida que los diámetros aumentan decrecen los residuos.

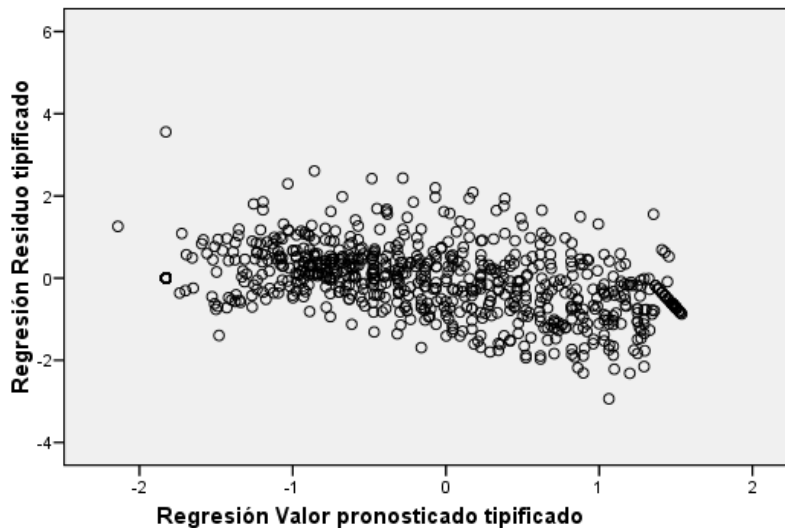


Figura 3.3- Dispersión de los residuos modelo de dcc.

Por otra parte se observa que los residuos se encuentran prácticamente entre paralelas lo que indica homogeneidad de varianza, este resultado se encuentra en correspondencia con lo reportado por García (1995) en relación a que los supuestos necesarios para la optimización de los mínimos cuadrados en la modelación del perfil del fuste están lejos de cumplirse, el supuesto de independencia se hace insostenible, ya que en un árbol determinado, diámetros cercanos tienden a desviarse del promedio en la misma dirección. El supuesto de homocedasticidad es poco realista, al considerar que hay puntos perfectamente conocidos (el ápice y posiblemente el $d_{1,30}$) cerca de los cuáles los errores deberían ser más pequeños, por lo general esto no es así.

El análisis de las capacidades predictivas dentro de las clases de validación muestra el comportamiento (figura 3.4) para todo el perfil del fuste.

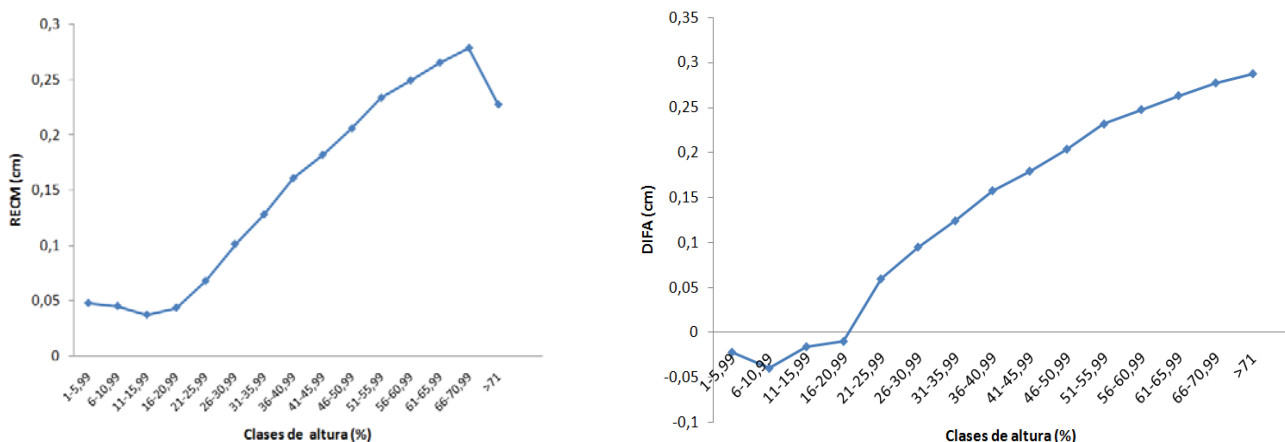


Figura 3.4-Tendencias del RECM y DIFA por clase de h en %.

En esta figura se puede constatar que la exactitud de los modelos disminuye a medida que la altura aumenta para las clases de alturas superiores, por otra parte el sesgo aumenta levemente con una tendencia a la subestimación como promedio, esto se debe básicamente a que los árboles presentan una mayor dispersión en el diámetro a medida que su tamaño aumenta, forzando a este modelo a estimar valores cercanos a esas observaciones, muy por encima de la moda de los árboles que forman parte de esa clases.

Al sustituir los coeficientes no estandarizados en el modelo, la ecuación queda de la manera siguiente:

$$\frac{dsc}{dsc_{1,30}} = -1,648 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,505 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right] \quad [8]$$

Por la fuerte correlación existente entre el diámetro con y sin corteza se coincidió con el mismo modelo para el diámetro sin corteza.

En relación a la exactitud global tabla 3.3 el modelo resultante garantiza el menor valor de RECM de 1, 07 cm para un 7,1% global, el cual indicó la mayor confianza en la inferencia estadística para su empleo en la producción.

Tabla 3.2- Bondad de ajuste y capacidades predictivas de lo modelos de mejor comportamiento.

Modelo	No	Bondad de ajuste				Capacidades predictivas	
		R	R ²	R ² corr	Sx	RECM	DIFA
$\frac{dsc}{dsc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2$	11	,966	,933	,933	,059	0,590	-0,502
$\frac{dsc}{dsc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2 + \left(\frac{h}{ht}\right)^3$	12	,976	,952	,952	,050	0,309	-0,563
$\left(\frac{dsc}{dsc_{1,30}}\right)^2 = \beta_1 * \left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \beta_2 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1\right)$	13	,993	,985	,985	,064	0,072	,046
$\left(\frac{dsc}{dsc_{1,30}}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{ht}\right)^2$	14	,965	,930	,930	,065	0,68	0,06

En relación al sesgo se obtuvo un similar comportamiento que el modelo obtenido para el diámetro con corteza, siendo el modelo propuesto el de menor valor de DIFA con 0,046 cm para un 0,31 % global, lo que se traduce en una mayor capacidad de simular el perfil que el resto de los modelos analizados.

Si se observa la figura 3.5 donde se presenta el comportamiento entre el diámetro estimado y el observado no se aprecia diferencias significativas $\alpha > 0.05$.

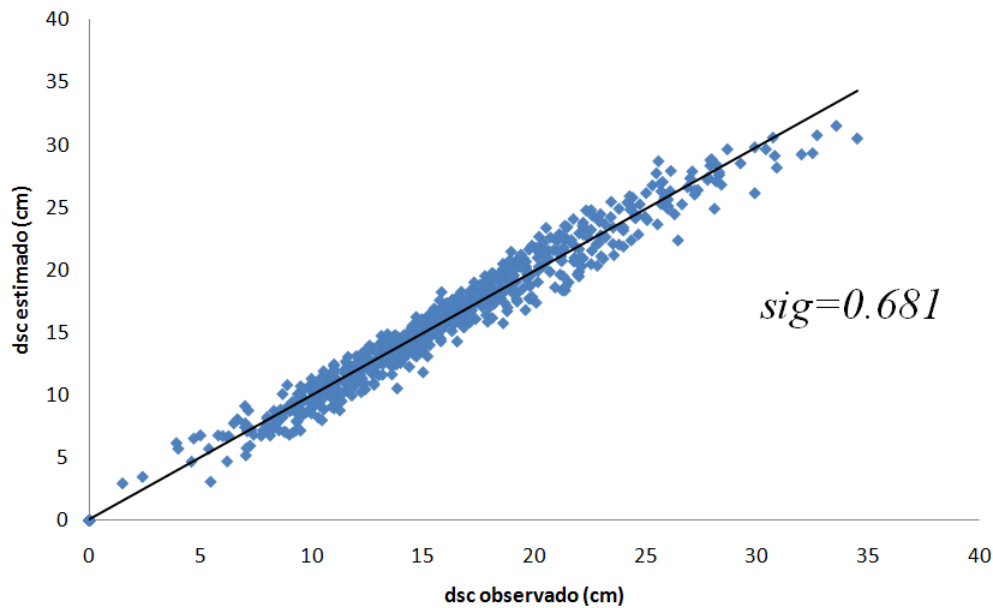


Figura 3.5- Comportamiento entre el diámetro estimado y el observado.

Esto favorece la utilización de este modelo como el idóneo, unido al gráfico de los residuos figura 3.6 se percibe al igual que en el modelo de dcc independencia entre los residuos y los pronósticos, pues la nube de puntos no sigue una tendencia específica de asociación, lo que expresa una aleatoriedad residual además de percibirse perfectamente que los residuos se encuentran distribuidos entre paralelas lo cual indica homogeneidad de la varianza.

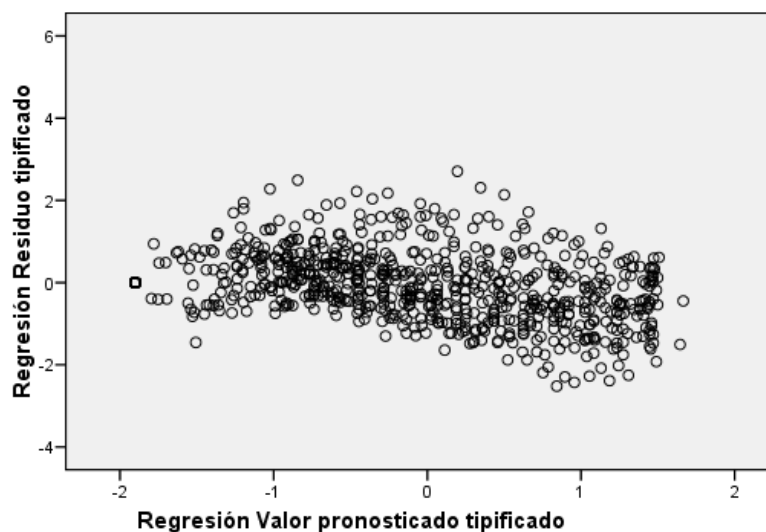


Figura 3.6- Dispersión de los residuos modelo de dsc.

Con el análisis de las capacidades predictivas dentro de las clases de alidación del modelo de mejor ajuste se obtiene un comportamiento similar al del modelo del perfil de dcc.

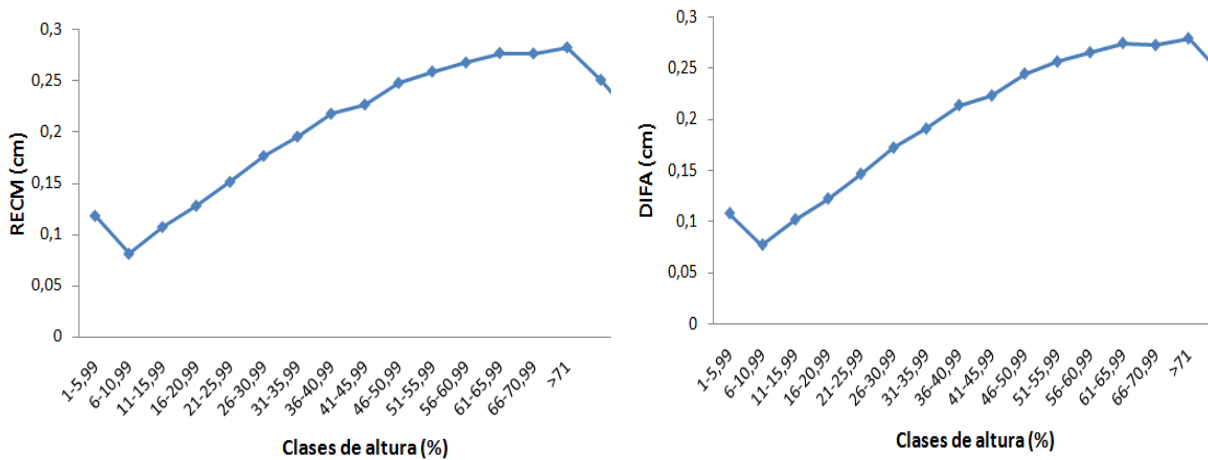


Figura 3.10-Tendencias del RECM y DIFA en el perfil del fuste por clases de altura en %.

En la (figura 3.10) se evidencia una tendencia a disminuir la exactitud y aumentar el sesgo en las clases superiores, lo que fue explicado anteriormente para el caso del modelo del diámetro con corteza, por la variabilidad de árboles con diferentes alturas. El modelo quedó representado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dsc^2}{dcc^2} = -1,193 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,306 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right] \quad [13]$$

Como el modelo obtenido coincide tanto para el diámetro con corteza como para el diámetro sin corteza, y las correlaciones estimadas de estas dos variables (anexo 21) con un valor de $R^2=0,99$; demostrada la correlación existente entre estas variables con el grosor de corteza para todo el perfil del fuste, es factible a partir de la relación existente ecuación [7] obtener para el grosor de corteza el siguiente modelo:

$$e = \frac{dcc_{1,30}^2 \left[\sqrt{-1,648 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,505 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]} - \sqrt{-1,193 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,306 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]} \right]}{2} \quad [15]$$

La adecuación de los modelos a la EFI Macurije permite contar con una herramienta más efectiva para clasificar la madera por sus dimensiones, por lo que se infiere una mayor efectividad de los esquemas de corte, y por consiguiente un mayor aprovechamiento de la madera.

Coincidiendo con Prodan *et al.*, (1997) la ecuación del perfil es una oportunidad para homogeneizar las cubicaciones de árboles en esta empresa forestal, permitiendo unificar criterios y el empleo de una sola ecuación estable y precisa.

Una vez construida la ecuación de perfil y representando la función continua que va desde la altura 0 y la altura final como los límites superior e inferior del área basal se sustituye en la relación funcional siguiente:

$$v = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum^n G(x) = \int_0^{ht} G(x) dx \quad [16]$$

Sustituyendo la ecuación 1 y 2 en 6 obtenida para cada variable se obtiene:

Área basal sin corteza

$$G(x) = \frac{\pi}{4} \left\{ \left(-1,193 \left(\frac{h}{ht} - 1 \right) + 0,306 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right) \right) * d_{1.30} \right\} \quad [17]$$

Área basal con corteza

$$v = \frac{\pi}{4} \left\{ \left(-1,648 \left(\frac{h}{ht} - 1 \right) + 0,505 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right) \right) * d_{1.30} \right\} \quad [18]$$

Integrando las funciones se obtiene las ecuaciones para el volumen con corteza y volumen sin corteza siguientes:

Volumen sin corteza

$$v = \int_0^{ht} \frac{\pi}{4} \left\{ \sqrt{\left(-1,193 \left(\frac{h}{ht} - 1 \right) + 0,306 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right) \right) * d_{1.30}} \right\} d(h) \quad [19]$$

$$v = \frac{\pi * \int_0^{ht} \left\{ \frac{0.306 * h^2 - 1,193 * h * ht + 1,193 * ht^2 - 0.306 * ht^2}{ht^2} \right\}^{\frac{1}{2}} d(h)}{4} \quad [20]$$

Volumen con corteza

$$v = \int_0^{ht} \frac{\pi}{4} \left\{ \sqrt{\left(-1,648 \left(\frac{h}{ht} - 1 \right) + 0,505 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right) \right) * d_{1.30}} \right\} d(h) \quad [21]$$

$$v = \frac{\pi * \int_0^{ht} \left\{ \frac{0.505 * h^2 - 1,648 * h * ht + 1,648 * ht^2 - 0.505 * ht^2}{ht^2} \right\}^{\frac{1}{2}} d(h)}{4} \quad [22]$$

Las ecuaciones de volumen obtenidas constituyen una herramienta útil la cual permite la cubicación de la madera en bolo de cualquier parte del fuste del árbol, sin la necesidad de conocer el diámetro de dicha sección, solamente un conocimiento del diámetro a 1.30 m y la altura relativa a partir de la altura total, el modelo obtenido al tener en cuenta el ahusamiento fustal infiere un mejor comportamiento que las ecuaciones de Huber, Smalian o Newton o la de coeficiente mórfico las cuales si favorecen sesgos al describir solamente una forma fustal no siendo así para el caso de la obtenida en esta tesis.

CONCLUSIONES

- Las ecuaciones de perfil del fuste para el dcc, dsc y e que cumplen con todos los supuestos estadísticos, y además entregan las mejores predicciones fueron:

$$\frac{dcc^2}{dcc_{1.30}^2} = -1,648 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,505 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]$$

$$\frac{dsc^2}{dcc^2} = -1,193 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,306 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]$$

$$e = \frac{dcc_{1.30}^2 \left[\sqrt{-1,648 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,505 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]} - \sqrt{-1,193 \left[\frac{h}{ht} - 1 \right] + 0,306 \left[\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right]} \right]}{2}$$

- A partir de la integración de los modelos de perfil de fuste de dcc y dsc se obtuvieron para la cubicación de las trozas los siguientes modelos:

Volumen con corteza

$$v = \frac{\pi * \int_0^{ht} \left\{ \frac{0,505 * h^2 - 1,648 * h * ht + 1,648 * ht^2 - 0,505 * ht^2}{ht^2} \right\}^{\frac{1}{2}} d(h)}{4}$$

Volumen sin corteza

$$v = \frac{\pi * \int_0^{ht} \left\{ \frac{0,306 * h^2 - 1,193 * h * ht + 1,193 * ht^2 - 0,306 * ht^2}{ht^2} \right\}^{\frac{1}{2}} d(h)}{4}$$

- Existen diferencias significativas $\alpha < 0.05$ entre árboles en los que en sus poblaciones se realizó el raleo, factor que favorece un mejor comportamiento en el ahusamiento de la especie.

RECOMENDACIONES

A la EFI Macurije

- Emplear los modelos obtenidos en esta tesis para la clasificación de la madera en bolo lo cual favorecerá un aumento del rendimiento de madrea aserrada.
- Intensificar el control de la realización del raleo el que permitirá un aumento de los diámetro y por consiguiente una mayor eficiencia del aserrío.

Al Ministerio de la Agricultura

- La aplicación de las ecuaciones obtenidas solo pueden ser empleadas en otras áreas (diferentes a la empleada para el ajuste), solo si pasan por una etapa de validación, en la cual se pueda calibrar las estimaciones que éstas entregan, a través de procedimientos estadísticos, con un número reducido de árboles de prueba.

BIBLIOGRAFÍA

1. Allen P.J (1992): Polynomial Taper equation of *Pinus caribaea*. New Zealand Journal Forestry-Science-194-205. 194-225pp
2. Ares E (1999): Tablas Dasométricas para bosques naturales de *Pinus tropicalis* Morelet para la EFI la palma. Tesis presentada en opción al título de doctor en Ciencias Forestales. UPR
3. Barrero, H (2008): Modelos del perfil del fuste y grosor de corteza para el *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en plantaciones de la provincia Pinar del Río. Tesis presentada en opción al título de máster en ciencias forestales. 100p.
4. Barrero, H (2010): Modelo integral de crecimiento, perfil del fuste, grosor de corteza y densidad de la madera de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari. Estudio de caso EFI Macurije. Tesis presentada en opción al título de doctor en ciencias forestales. 100p.
5. Betancourt A (1987): Silvicultura especial de árboles maderables tropicales. Segunda Edición. Editorial Científico Técnica Madrid. España. pp 251-279.
6. Bl H., (2000): Trigonometric Variable-Form Taper Equations for Australian Eucalypts. For. Sci. 46(3): 397-409.
7. Bl H., Turner J., 1994. Long term effects of superphosphate fertilization on stem form, taper and stem volume estimation of *Pinus radiata*. For. Ecol. Manage., 70: 285-297.
8. Biging G.S., (1984): Taper equations for second growth mixed conifers of northern California. For. Sci., 30: 1103-1117.
9. Biging G.S., (1985): Improved estimates of site index curves using a varyingparameter model. For. Sci.31 (1): 248-259.
10. Brickell, J., (1984): Stem Analysis: A conventional approach to volume determination. Proceedings Growth and Yield and Other Mensurational Tricks: A regional Technical Conference. Logan Utah. United States Department of Agriculture. Forest Service. General Technical report INT-193. pp 61-67.

11. Bruce R., Curtis L., Van Coevering C., (1968): Development of a system of taper and volume tables for red alder. *For. Sci.*, 14: 339-350.
12. Burkhart H.E., Walton S.B., (1985): Incorporating Crown Ratio into Taper Equations for Loblolly Pine Trees. *For. Sci.* 31(2), pp. 478-484
13. Calliez (1980): Predicción del volumen Forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los Trópicos. Predicción del rendimiento. Volumen 22. FAO. Roma
14. Castedo F., Álvarez J.G., (2000): Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función del perfil del tronco. *Invest. Agr. Sist. Recur. For.* 9(2): 253-268
15. Clutter J., (1980): Development of taper functions from a variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.*, 26(1): 117-120
16. Coligny F., Ancelin P., Cornu G., Courbaud B., Dreyfus P., Goreaud F., Gourket-Fleury S., Meridieu C., Saint-André L., (2002): CAPSIS : Computer-Aided Projection for Strategies In Silviculture. Advantages of a shared forest-modelling platform. IUFRO: Reality, models and parameters estimation: the forestry scenario. 2-5 June 2002, Sesimbra, Portugal
17. Contreras, J.C. (1997): Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas, Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
18. Corral S ; Návar J; Fernández F (1999): Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco Pináceas de la región de El Salto, Durango. *Revista Madera y Bosques*. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. 5(2),:53-65 53
19. Cubifor cubica y clasifica productos. Complemento de Excel para cubicar, clasificar productos, calcular biomasa y CO₂ en masas forestales de Castilla y León (2007)
20. Czaplewski R., MC Clure J., (1988). Conditioning a segmented stem profile model for two diameter measurements. *For. Sci.*, 34 (2): 512-522

21. Demaerschalk J., Kozak A., (1977): The whole bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.*, 7: 488-497
22. Ferrere, P; Fassola, H; Fahler, J; Crechi, E (2001): Funciones de volúmenes totales, parciales y de forma en *Pinus caribaea* var. *Caribaea*. Montecarlo, EEA Montecarlo. Informe Técnico N° 26
23. Flewelling J.W., (1993). Variable shape stem profile predictions for western hemlock. Part II. Predictions from DBH, total height, and upper stem measurements.
24. Flinn D.W., (1984): Practical aspects of the nutrition of exotic conifer plantations and native eucalypt forest in Australia. In: J.J. Landsberg and W. Parsons. *Proc. CSIRO Forest Research Division Conference*, 21-25 may. Canberra, Australia. 296pp
25. Fors, A. J. (1965): *Maderas cubanas*. Edición INRA, La Habana. pp 118-119.
26. Furnival, G. (1961): An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7 (4): 337-341.
27. Garber S.M., Maguire D.A., (2003): Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *For. Ecol. Manage.* 179:507-522
28. García, O (1995): *Apuntes de Mensura forestal I, Estática*. Universidad Austral de Chile. Santiago de Chile. 65pp
29. Gordon A., Graham J.D., (1986): Changes in *Pinus radiata* stem form in response to nitrogen and phosphorus fertilizer. *N.Z.J. For. Sci.*, 16(1): 41-54
30. Gray H.R., (1956): *The form and taper of forest-tree stems*. Oxford Univ. Imp. For. Inst. Paper 32: 79
31. Gregoire T.G., Schabenberger O., Barret J.P., (1995): Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Can. J. For. Res.* 25: 137-156
32. Husch B., Miller C.I., Beers T.W., (1982): *Forest mensuration*. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 402pp

33. Jokela E.J., Harding R.B., Nowak C.A. ,(1989): Long-term effects of fertilization on stem form, growth relations and yield estimates of slash pine. *For. Sci.*, 35: 832-842
34. Kozak A., (1988): A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.*, 18: 1363-1398
35. Kozak A., (1997): Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variables exponent taper functions. *Canadian Journal of Forest Research*, 27: 619-629
36. Laasasenaho J., (1982): Taper curve and volume functions for pine, spruce, and birch. *Commun. Inst. For. Fenn.* 108
37. Laclau, P. (1995): Optimización del trozado de rollizos en el monte. *Actas de las IV Jornadas Forestales Patagónicas*. Tomo II. pp 355-372.
38. Larson P.R., (1965). Stem form of young larix as influenced by wind and pruning of forest trees. *Forest Science*, 11(4): 412-424
39. Lindstrom M.J., Bates D.M., (1990): Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics* 46: 673-687
40. Monserud R.A., (1986): Time-series analyses of tree-ring chronology. *For Sci* 32 (2), 349-372
41. Morris O.M., Forslund R. R., (1992): The relative importance of competition, microsite, and climate in controlling the stem taper and the profile shape in jack pine. *Can. J. For. Res.*, 22:1999-2003
42. Muhairwe C., Lemay V., Kozak A., (1994): Effects of adding tree, stand, and site variables to Kozak's variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.*, 24:252-259
43. Návar J., P. A. Dominguez, J. C. Contreras y C. Estrada M. (1997): Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del Noreste de México. *Agrociencia* 31: 73-81.
44. • Neter J., Kutner M.H., Nachtsheim C.J., Wasserman W., (1998): *Applied Linear Statistical Models*. Mc Graw-Hill, NY, 1408 pp
45. • Newberry J.D., Burkhart H.E., (1986): Variable-form stem profile models for loblolly pine. *Can. J. For. Res.* 16: 109-114. 44
46. • Ormerod D., (1973): A simple bole model. *For. Chro.*, 49: 136-138

47. • Pardé y Bouchonh, J. (1994) 2da Reimpresión. Dasometría. Versión española. Editorial Paraninfo. Madrid. 382pp.
48. • Prodan M; Peters R; Cox F; Real, P (1997): Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. Proyecto IICA/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica. 561p.
49. • Proyecto de Ordenación de Montes EFI Viñales, (2007).
50. • Rawlings J.O., Pantula S.G., Dickey D.A., (1998): Applied Regression Analysis: A Research Tool. Springer, 657 pp
51. • Rentería, J. B., H. Ramírez y F. J. Zamudio (1995): Estimación de volumen comercial de Pinus cooperi blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
52. • Rodríguez F., Blanco R., 2001. Tarifa de cubicación con clasificación de productos para chopo I-214 del valle medio del Cinca (Huesca). Actas del III Congreso Forestal Nacional. Mesa 4-5: 321-326
53. • Rodríguez F., Broto M., 2003. Cubica v1.2: Programa informático para cubicar y clasificar productos a partir de los datos procedentes de un inventario. Montes: Revista de Ámbito Forestal. 72: 33-38
54. • Rodríguez F., Molina C.; 2003. Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de la cilindridad para tres clones de chopo (Populus x euramericana) en Navarra. Invest. Agrar.: Sist. Recur. For. 12(3), 73-85
55. • Sablón M (1980) : Dendrología. CUPR. Facultad de Agronomía y Forestal. Unidad Docente de Ingeniería Foresta. Cajalbana. 119pp.
56. • Salas C , Nieto Laura Irisarri A (2005): Modelos de volumen para Pinus pinaster Ait. en la Comarca del Baixo Miño, Galicia, España; Volume equations for Pinus pinaster Ait. in the Baixo Miño region, Galicia, Spain. Quebracho Revista de ciencias Forestales. Argentina. 2-11p
57. • Sterba H., (1980: Stem curves: a review of the literature. For. Abstracts, 41(4): 141-145

- 58. • Tassisa G., Burkhart H.E., (1998): An Application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. For. Ecol. Manage. 103: 87-101
- 59. • Tepper H.B., Wilcox H.E., Valentine, F.A., (1968): The effects of fertilization and depth to ground water on wood deposition in red pine. For.Sci., 14: 2-6
- 60. • Thomas C., Parresol B., (1991): Simple, flexible, trigonometric taper equations. Can. J. For. Res., 21: 1132-1137
- 61. • Torres, J. M., S. O. Magaña T. y G. A. Valles G. (1993): Funciones de ahusamiento para 8 especies Forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- 62. • Valenti M.A., Cao Q.V., 1986. Use of crown ratio to improve loblolly pine taper equations. Can.J.For.Res. 16(5):1141-1145
- 63. • Valinger E., 1992. Effects of thinning and nitrogen fertilization on stem growth and stem form of *Pinus sylvestris* trees. Scand. J.For.Res., 1: 219-228
- 64. • Zepeda M. y Domínguez A. (1997). Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Nuevos paradigmas. Linares, Nuevo León. 122 p.
- 65. Abellanas, M; Abellanas, B; García, O y Vilas, C (2009): Vorest: Un modelo informático simula el crecimiento de un bosque. Departamento de Matemática Aplicada de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid, y el Departamento de Ingeniería Forestal de la Universidad de Córdoba. Disponible en: <http://supertoolbar.ask.com>. Consulta: Lunes 7 Diciembre 2009, 19:57.
- 66. Ackermann, F (1995): Influence du type de station forestière sur les composantes intracernes de la densité du bois du chêne pédonculé (*Quercus robur* L.) dans les chênaies de l'Adour et des coteaux basco-béarnais, Ann. Sci. For. 52, 635-652.
- 67. Aldana, E; Puentes, M; Romero, L (2006): Informe Final Proyecto de Ordenación EFI Macurije. Ministerio de la Agricultura.

68. Allen, P.J (1992): Polynomial Taper equation of *Pinus caribaea*. New Zealand Journal Forestry-Science-194-205. 194-225.
69. Álvarez, P y Varona, J (1988): Silvicultura. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación. 354 p.
70. Amateis, R. L; Burkhart, H. E (1987): Cubic-foot volume equations for Loblolly Pine trees in Cutover, Site-Prepared Plantations. SJAF 11 (4): 190-192.
71. Ares, E (1999): Tablas Dasométricas para bosques naturales de *Pinus tropicalis* Morelet para la EFI La Palma. Tesis (en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales). UPR.
72. Báez, R y Gra, H (1988): Estudios dasométricos en *Casuarina equisetifolia*. I. Tablas de volumen. Revista Forestal Baracoa. Vol.18 (2): 82 p.
73. Baldwin, C (1997): A whole stand type growth and yield prediction system for the Pine forests of Honduras. Reports to forest management departament AFE/ COHDEFOR. Honduras.
74. Barrio, M; Sixto, H; Cañellas, I; González, F (2007): Sistema de cubicación con clasificación de productos para plantaciones de *Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv. 'I-214' en la meseta norte y centro de España. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales 2007 16(1), 65-75.Disponible on line en www.inia.es/srf ISSN: 1131-7965 Consulta: Viernes 22 febrero 2008, 18:40.
75. Bi, H. (2000):Trigonometric Variable-Form Taper Equations for Australian Eucalypts. Forest Science 46 (3), p. 397-409.
76. Brickell, J., (1984): Stem Analysis: A conventional approach to volume determination. Proceedings Growth and Yield and Other Mensurational Tricks: A regional Technical Conference. Logan Utah. United States Department of Agriculture. Forest Service. General Technical report INT-193.pp 61-67.
77. Calliez, A (1980): Predicción del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los Trópicos. Predicción del rendimiento. Volumen 22. FAO. Roma.

78. Cao, Q.V; Burkhart, H. E; Max, T.A (1980): Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. Forest Science. (26): 71-80.
79. Clutter, J; Forston, J; Pienaar, L; Brister, G; Bailey, R (1983): Timber management: A quantitative approach. John Wiley & Sons.
80. Corral, S; Návar, J; Fernández, F (1999): Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco Pináceas de la región de El Salto, Durango. Revista Madera y Bosques. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. 5 (2): 53-65.
81. Corvalán, P y Hernández, J (2010): Apuntes de Dendrometría. Mediciones Lineales Universidad de Chile. 24 p.
82. Costas, R; De Oliveira, A; Teresczuch, M; Weber, E (2003): Funciones de forma para *Pinus taeda* L. en el Norte de Misiones. En: 10º Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales. FCF Eldorado – INTA EEA Montecarlo. Eldorado, Misiones. 7 p. Disponible en CD.
83. Costas, R; Friedl, R. A; González, J; Fosco, I; Kubsch, H. A; Korth, S. M (2006): Funciones de volúmenes del híbrido *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. En: 12º Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales. FCF Eldorado – INTA EEA Montecarlo. Eldorado, Misiones. 10 p. Disponible en CD.
84. Crechi, E.; Moscovich, F.; Fassola, H.; HampeL, H.; Domecq, C.; Maletti, C.(2004): Ecuaciones de volúmenes para *Grevillea robusta* A. en Misiones, Argentina. INTAEEA- Montecarlo. Informe Técnico N° 56. 12p.
85. Curtis, R. O (1972): Yield tables-past and present. Jour. For. 71 (1): 28-32.
86. Daniel, T. W; Helms, J. A; Baker, F. S (1982): Principios de silvicultura. Trad. Ramón Elizondo Mata. Mc Graw- Hill. México. D.F. 491 p.
87. De Nacimiento, J; Arias, J (1983): Estudios del Tronco en los Pinos Cubanos. Revista Forestal Baracoa, 7-26 p.
88. Demaerschalk J (1972): Converting volume equations to compatible taper equations. Forest Science 18 (3), 241- 245.
89. Encarta (2009). Enciclopedia digital de Microsoft Windows.

90. FAO (1980): Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol 1.
91. Fassola, U.E; Crechi, E; Keller, A; Barth, S (2006): Ecuaciones de forma variable para la estimación de diámetros a distintas alturas para *Eucalyptus grandis* cultivado en la Mesopotamia Argentina. XXI Jornadas Forestales de Entre Ríos.
92. Ferguson, C.W (1979): Dendrochronology of bristlecone pine, *Pinus longaeva* Environment International 2 (4-6): 209-214.
93. Fernández, A y Rodríguez, P (2010): Metodología de cubicación de árboles en pie. Disponible en: www.cesefor.com/cubifor Consulta: 23 mayo 2010
94. Ferrere, P; Fassola, H; Fahler, J; Crechi, E (2001): Funciones de volúmenes totales, parciales y de forma en *Pinus caribaea* var. *caribaea*. Montecarlo, EEA Montecarlo. Informe Técnico N° 26.
95. Friedl, R.A; Costas, R.A; Orué, E; Amarilla, A; Cinto, J.P (1992): Funciones de forma relativa polinomiales en *Araucaria angustifolia* (bert.) o. Ktze. Revista Yvyrareta. N° 3, P.63-69.
96. Furnival, G (1961): An index for comparing equations used in constructing volume tables. Forest Science 7 (4): 337-341.
97. García, J. M y Vidal, A (1988): Expresión matemática del perfil longitudinal y fórmulas de volumen para los bolos de las especies *Pinus cubensis* y *Pinus tropicallis*. Revista Forestal Baracoa. Vol.18 (2): 83.
98. García, J.M; González, O; León, M y Henry, P.P (2006): Determinación de las fórmulas de volumen de las trozas de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Revista Forestal Baracoa. Vol.25 . (2): 58.
99. García, O (1995): Apuntes de Mensura Forestal I, Estática. Universidad Austral de Chile. Santiago de Chile. p 65.
100. Gezan, S. A; Moreno, P.C; Ortega, A (2009): Modelos fustales para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. ISSN 0717-9200 Disponible en: <http://scielo.php.htm>. Consulta: 24 de mayo de 2010.

101. Goelz, J. C; Burk, T. E (1992): Development of a well – behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. Can. J. For. Res. 22: 776 – 784
102. Hernández, R; Fernández, C; Baptista, P (1997): Metodología de la investigación. McGRAW - Hill Interamericana de México, S.A. de C.V.
103. Husch, B; Miller, C.I; Beers, T.W (1982): Forest mensuration. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 402 p.
104. Igartúa, D.V y Monteoliva, S.E (2009): Densidad básica de la madera de *Acacia melanoxylon* R. Br en relación con la altura de muestreo, el árbol y el sitio. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales 18 (1): 101-110 Disponible en: www.inia.es/srf. ISSN: 1131-7965 Consulta: (15 febrero 2010).
105. Kosak, A (1969): Taper functions and their applications in forest inventory. Forestry Chronicle 45 (4).278-283.
106. Kosak, A (1988): A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res; (18): 1363-1398.
107. Kosak, A; Munro D; smith, J (1969): Taper functions and their application in forest inventory. Forestry Chronicle 45 (4).278-283 p.
108. Laasasenaho, J (1982): Taper curve and volume functions for pine, spruce, and birch. Commun. Inst. For. Fenn. 108.
109. Letourneau, F y Andenmatten, E (2000): Curvas de perfil de fuste, para la estimación de diámetros con corteza a distintas alturas, para Pino Ponderosa (*Pinus ponderosa* (Dougl) Laws.) Comunicacion Técnica Nº 13 Area Forestal Silvicultura. Informe Técnico 13 p.
110. Max, T y Burkhart, H (1976): Segmented polynomial regression applied to taper equations. Forest Science. (22): 283–289.
111. Max, T y Burkhart, H (1985): Segmented polynomial regression applied to taper equation. For. Sci. 22 (3).
112. Meredieu, C (1998) : Croissance et branchaison du Pin Laricio (*Pinus nigra* Arnold ssp. (Poiret) Maire): Élaboration et évaluation d'un système de modèles pour la prevision de caractéristiques des arbres

et du bois. Thèse présentée l'Université Claude Bernard-Lyon I pour
Diplôme de doctorat.

113. Muhairwe C. K; (1999 a): Tree form and taper variation over time for interior lodgepole pine. Canadian Journal of Forest Research 24, 1.904-1.913.
114. Muhairwe C. K; (1999 b): Taper equations for Eucalyptus pilularis and Eucalyptus grandis for the north coast in New South Wales, Australia. Forest Ecology and Management 113, 251-269.
115. Návar, J; Domínguez, P. A; Contreras, J. C y Estrada, M (1997): Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. del Noreste de México. Agrociencia 31: 73-81.
116. Newnham R (1990): Mesure du defilement de forme variable. Forests Canada. Institut Forestier National de Petawawa. Rapport d'information PI-X-83-F, 31 p.
117. Novo, N; Rojo, A; Álvarez J.G (2003): Funciones del perfil del fuste y tarifas de cubicación con clasificación de producto para el *Pinus silvestris*, Galicia España. Universidad de Santiago de Compostela.
118. Ottorini, J.M (1981): Application des données de L'Inventaire Forestier National à l'étude de la production du pin sylvestre en Margeride. Ann ,Sci. Forest .38 (4) : 487-502.
119. Pardé, J y Bouchonh, J (1994): Dasometría. 2da Reimpresión. Versión española. Editorial Paraninfo. Madrid. 382 p.
120. Parker, M.L; Hunt, K; Warren, W; Kennedy, R (1976): Effect of thinning and fertilization on intraring characteristics and kraft pulp yield of Douglas-fir. Appl. Polym Symp, N° 28: 1095-1086.
121. Peñalver, A (1991): Estudio del Crecimiento y Rendimiento de las plantaciones de *Eucaliptus* sp de la provincia de Pinar del Río. Tesis (en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales). UPR.
122. Prodan, M; Peters, R; Cox, F; Real, P (1997): Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. Proyecto IICA/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible. San José, Costa Rica. 561 p.

123. Real, P (1993): Funciones de ahusamiento, Zonas 1, 2, 4, 6 y 7. Proyecto Modelo Nacional de Simulación de Pino radiata. Fundación Chile, Documento de trabajo N°14. 25 p.
124. Real, P y Moore, J (1987): An individual tree taper system for Douglas-fir in the Inland-Northwest. IUFRO. Mineapolis.
125. Rentería, J. B; Ramírez, H y Zamudio, F. J (1995): Estimación de volumen comercial de *Pinus cooperi* blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
126. Rodríguez, F y Broto, M (2003): Cubica v1.2: Programa informático para cubicar y clasificar productos a partir de los datos procedentes de un inventario. Montes: Revista de Ámbito Forestal. 72: 33-38.
127. Rodríguez, F y Molina, C (2003): Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de la cilindridad para tres clones de chopo (*Populus xeuramericana*) en Navarra. Invest. Agrar: Sist. Recur. For. 12 (3), 73-85.
128. Torres, J. M; Magaña, T y Valles, G. (1993): Funciones de ahusamiento para 8 especies Forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
129. Zepeda M. y Domínguez A. (1997). Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Nuevos paradigmas. Linares, Nuevo León. 122 p.
130. Zepeda, M (1993): Sistemas de cubicación para *Pinus patula* Schl, Cham; de Perote, Veracruz, México.

Anexos

Anexo 1- Modelos analizados para el perfil de dcc, dsc y e.

d: diámetro (cm) correspondiente a la altura h

dcc1.30: diámetro con corteza normal

ht: altura total del árbol (m)

h: altura (m) desde la base del árbol hasta el punto donde alcanza el diámetro d

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_5, \beta_7$: coeficientes

Modelos	Expresiones
1 Polinomio de segundo grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{h}{ht}\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{ht}\right)^2$
2 Polinomio de tercer grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{h}{ht}\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{ht}\right)^2 + \left(\frac{h}{ht}\right)^3$
3 Polinomio de cuarto grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{h}{ht}\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{ht}\right)^2 + \beta_3\left(\frac{h}{ht}\right)^3 + \beta_4\left(\frac{h}{ht}\right)^4$
4 Polinomio de segundo grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{h}{ht} - 1\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \beta_2\left(\frac{h}{ht} - 1\right)^2$
5 Kosak (1969) a	$\left(\frac{d}{dcc_{1,30}}\right)^2 = \beta_1\left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \beta_2\left(\frac{h^2}{ht^2} - 1\right)$
6 Kosak (1969) b	$\left(\frac{d}{dcc_{1,30}}\right)^2 = \beta_1\left(1 - 2\left(\frac{h}{ht} - 1\right) + \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1\right)\right)$
7 Kosak, Munro y Smith (1969)	$\left(\frac{d}{dcc_{1,30}}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{h}{ht}\right) + \beta_2\left(\frac{h}{ht}\right)^2$
8 Polinomio de segundo grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right) + \beta_2\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)^2$
9 Polinomio de tercer grado $\frac{d}{dcc_{1,30}} = f\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)$	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right) + \beta_2\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)^2 + \left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)^3$
10 Newhan (1990)	$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0\left(\frac{ht-h}{ht-1,30}\right)^{\beta_1}$

11 Bennett y Swindel (1972)

$$\frac{d}{dcc_{1,30}} = \beta_0 \frac{ht - h}{ht - 1,30} + \beta_1 \frac{(ht - h)(h - 1,30)}{dcc_{1,30}} + \beta_2 \frac{(ht - h)(h - 1,30)ht}{dcc_{1,30}} + \beta_3 \frac{(ht - h)(h - 1,30)(ht + h + 1,30)}{dcc_{1,30}}$$

12 Demaerschalk (1972)

$$d = \beta_0 * dcc_{1,30} (ht - h)^{\beta_1} * ht^{\beta_2}$$

13 Ormerod (1973)

$$d = \beta_0 * \left[\frac{ht - h}{ht - 1,30} \right]^{\beta_1}$$

14 García (1995)

$$\left(\frac{d}{dcc_{1,30}} \right)^2 = \beta_1 \left(\frac{h}{ht} - 1 \right) + \beta_2 \left(\frac{h^2}{ht^2} - 1 \right) + \beta_3 \left(\frac{h^3}{ht^3} - 1 \right)$$

15 Muhairwe (a) (1999)

$$d = \beta_0 * dcc_{1,30}^{\beta_1} * \beta_2^{dcc_{1,30}} \left(1 - \sqrt{\frac{h}{ht}} \right)^{\left(\beta_3 * \left(\frac{h}{ht} \right)^2 + \frac{\beta_4}{h} + \beta_5 * dcc + \beta_6 * ht + \beta_7 * \frac{dcc}{ht} \right)}$$

16 Muhairwe (b) (1999)

$$d = \beta_0 * dcc_{1,30}^{\beta_1} * \left(1 - \sqrt{\frac{h}{ht}} \right)^{\left(\beta_2 * \left(\frac{h}{ht} \right) + \beta_3 * \left(\frac{h}{ht} \right)^2 + \frac{\beta_4}{h} + \beta_5 * \left(\frac{h}{ht} \right)^3 + \beta_6 * dcc + \beta_7 * \frac{dcc}{ht} \right)}$$

Anexo 2

Elementos del análisis por Regresión lineal

Ecuación del perfil para el diámetro con corteza (dcc) ANOVA (c, d)

Modelo	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1 Regresión	351,983	2	175,992	28682,385	,000
Residual	4,921	802	,006		
Total	356,904	804			

Coeficientes (a, b)

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.
	B	Sx	Beta	B	Sx
1 β_1	-1,648	,029	-1,587	-55,949	,000
β_2	,504	,024	,605	21,310	,000

Anexo 3

Perfil del fuste dsc

ANOVA (c, d)

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	1331,160	2	665,580	159213,058	,000
	Residual	20,158	4822	,004		
	Total	1351,318	4824			

Coeficientes (a, b)

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	β_1	-1,193	,010	-1,448	-120,998	,000
	β_2	,306	,008	,463	38,674	,000

Anexo. 4

